



POLITECHNIKA OPOLSKA

WYDZIAŁ MECHANICZNY

Katedra Technologii Maszyn i Automatykacji Produkcji

Laboratorium Inżynierii Jakości – KWIWiJ, II-go st.

## Ćwiczenie nr **4**

Temat:

### **Komputerowo wspomagane SPC z wykorzystaniem karty $x_i$ -MR**

#### **Zakres ćwiczenia:**

1. Dokonać pomiaru 20 próbek o licznosci 1, elementów zgodnie z ćwiczeniem 1.
2. Obliczyć dla karty  $x_i$ : linię centralną, górną i dolną granicę kontrolną.
3. Obliczyć dla karty ruchomych rozstępów: linię centralną, górną i dolną granicę kontrolną.
4. Sporządzić kartę kontrolną  $x_i$ -MR oraz ocenić stabilność procesu i w przypadku oceny negatywnej zaproponować sposoby stabilizacji procesu.
5. Opracować protokół i wnioski.

## STATYSTYCZNA KONTROLA PROCESU

Statystyczne sterowanie procesem (ang. SPC - Statistical Process Control) – jest to bieżąca kontrola procesu, służąca do wykrywania jego ewentualnych rozregulowań i w konsekwencji służąca stałej poprawie jego jakości [1]. W zakresie SPC bada się z jaką naturalną zmiennością, czyli z jakim rozproszeniem wyników pomiaru wykonywany jest proces produkcyjny i w jakim stopniu jest on „zdolny” do spełnienia wymagań określonych specyfikacjami. SPC to technika prowadzenia procesów lub badania zdolności maszyn i procesów metodami statystycznymi [2]. Najczęściej stosowanymi narzędziami do analizy stabilności procesu są wskaźniki zdolności oraz karty kontrolne.

W SPC za podstawę oceny przebiegu procesu przyjmuje się wartości będące wynikiem uśrednienia w próbie kilkuelementowej (zazwyczaj  $4 \div 5$  sztuk) pobranej w ustalonych odstępach czasu. SPC pozwala zatem wydzielić z ogólnego błędu obróbki błędy przypadkowe i systematyczne oraz odpowiednio wysterować proces tak, aby zmienność danej cechy jakości sprowadzona była jak najbliżej naturalnej zmienności procesu obróbki.

Karta kontrolna (regulacyjna), zwana także kartą statystycznego sterowania procesem lub kartą Shewharta jest narzędziem SPC, która pozwala skutecznie nadzorować proces, obserwować na niej trendy zmian, prognozować dalsze zmiany i odpowiednio wcześniej podjąć działania korygujące, nie dopuszczające do wyjścia kontrolowanego parametru poza dopuszczalne granice [3]. Twórcą koncepcji kart kontrolnych jest Walter A. Shewhart, który zastosował je w 1924 r. w Bell Laboratories [4]. Z kart kontrolnych korzysta się, aby potwierdzić wiarygodność hipotez dotyczących stabilności badanego procesu stawianych na podstawie wykorzystania innych narzędzi, np. w przypadku badania zdolności jakościowej procesu oraz pozyskania danych (parametry statystyczne) niezbędnych dla dalszych analiz.

Głównymi ocenianymi charakterystykami procesu jest wyśrodkowanie (miary położenia) i rozrzut (rozproszenie) wartości cech wyrobu. Ocena tych cech wymaga analizy przebiegów czasowych wskaźników statystycznych (np. średnie, mediany, odchylenia standardowe, rozstępy) i porównania ich z liniami granicznymi lub liniami kontrolnymi

Podstawowym dokumentem normatywnym opisującym zasady projektowania oraz wykorzystania kart kontrolnych jest norma PN-ISO 8258+AC1 „Karty kontrolne Shewharta”.

Podstawą jakościowej oceny produktu (dla celów kontroli lub innej analizy) jest pojedynczy pomiar analizowanego parametru. W metodach statystycznych pomiar ten powinien być powtórzony na innych wyrobach, tego samego asortymentu, w jednej lub kilku analizowanych seriach wyrobu.

Najczęściej stosowane karty kontrolne podzielić można na trzy podstawowe rodzaje [3]:

- Dla cech mierzalnych (liczbowa ocena właściwości):
  - karty  $\bar{x} - R$  (średniej i rozstępu),
  - $\bar{x} - s$  (średniej i odchylenia standardowego),
  - mediany i rozstępu ( $Me - R$ ),
  - wartości indywidualnych  $X$ .
- Dla cech ocenianych alternatywnie, do których zaliczają się m.in.:
  - karty frakcji jednostek niezgodnych (wadliwości)  $p$ ,
  - liczby jednostek niezgodnych  $np$  - oparte na rozkładzie dwumianowym,

- karty  $c$  (oparte na rozkładzie Poissona) służące śledzeniu liczby wad (niezgodności),
- karty  $u$  do monitorowania liczby wad (niezgodności) przypadających na określoną jednostkę (np.  $m^2$  powierzchni, sztukę wyrobu, metr bieżący).
- Karty sum kumulacyjnych dla cech mierzalnych i niemierzalnych.

Karty kontrolne przy ocenie liczbowej wykorzystywane są w przypadku, gdy mamy do dyspozycji konkretne liczbowe wyniki pochodzące z pomiarów interesujących nas właściwości produkowanych wyrobów. Podstawowym warunkiem, jaki pozostaje do spełnienia przy stosowaniu kart kontrolnych, jest to, że zebrane dane muszą mieć rozkład normalny [4, 5]. Przed przystąpieniem do projektowania i wykreślenia wybranej karty kontrolnej konieczne jest sprawdzenie tego założenia.

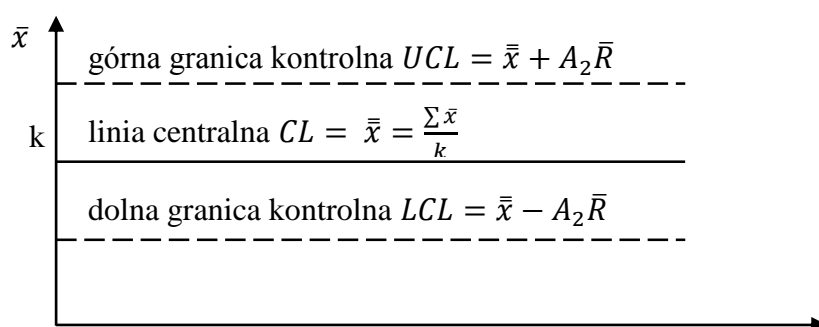
Przy użyciu **karty kontrolnej  $\bar{x} - R$**  analizuje się dwie wartości: wartość średnią  $\bar{x}$  oraz rozstęp  $R$  wyników w poszczególnych próbkach. Jest to jedna z najczęściej stosowanych kart kontrolnych [5].

Na karcie kontrolnej wykreśla się dwa wykresy. Pierwszy z nich prezentuje wartości średnie w poszczególnych próbkach pobranych do badania. Położenie każdego wykreślonego punktu wynika z obliczonej wartości średniej w próbce. Drugi wykres pokazuje rozproszenie w poszczególnych próbkach, wyrażone obliczoną wartością rozstępu. Karta ta uwzględnia więc obie istotne miary położenia rozkładu normalnego danych: miarę położenia i zmienności.

Zależności do wyznaczania linii centralnej (CL) i linii kontrolnych (UCL, LCL) zestawione są w tabeli 1.

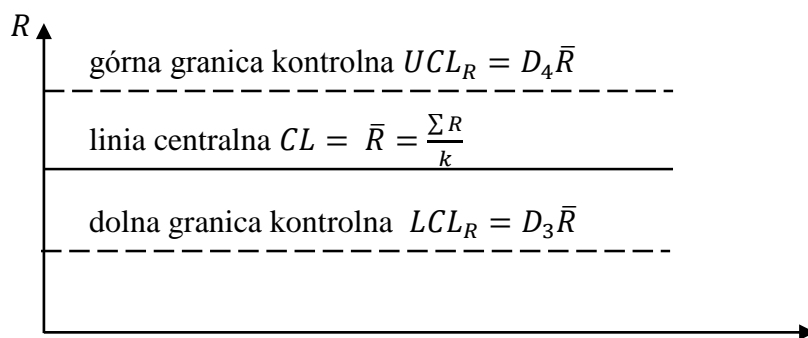
Tor karty kontrolnej  $\bar{x} - R$ :

- dla  $\bar{x}$



Do wykreślenia wykresu wartości średnich należy wykorzystać wzory, pozwalające wyznaczyć wartości poszczególnych punktów, granice kontrolne oraz linię centralną. We wzorach tych wykorzystuje się współczynniki statystyczne ( $D_3, A_2, d_2, D_4$ ), których wartości odczytuje się w zależności od wielkości próbki z tabeli 2. Linia centralna jest wartością średnią z wartości średnich poszczególnych próbek.

- dla  $R$

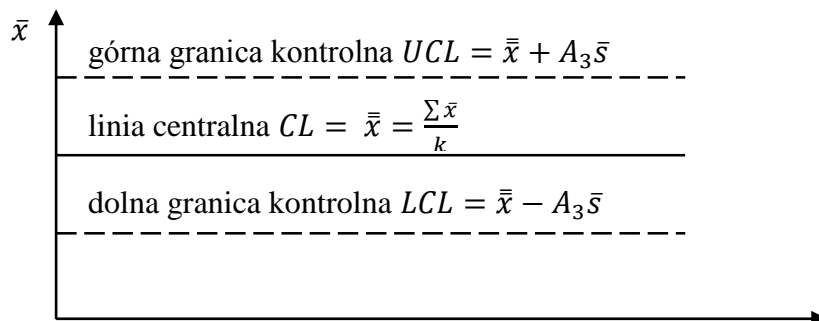


Na wykresie rozstępów przedstawiony jest rozrzut wyników w kolejnych próbkach. Rozrzut ten wyrażony jest przez rozstęp. Linia centralna obliczana jest jako wartość średnia z rozstępów ze wszystkich analizowanych próbek. Przy mało licznych próbach ( $n < 7$ ) na karcie rozstępów nie ma dolnej granicy kontrolnej, jest ona równa zeru [5].

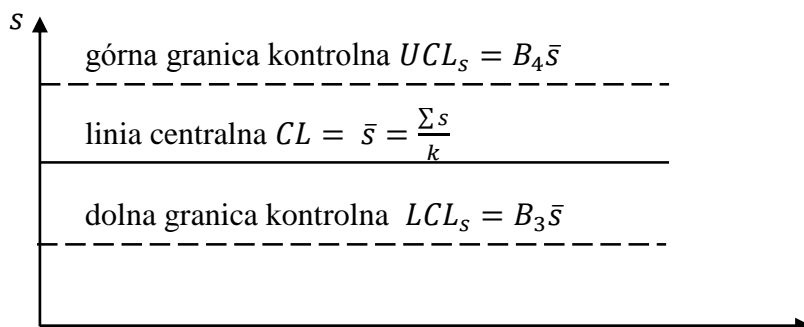
**Karta kontrolna  $\bar{x} - s$**  składa się z dwóch wykresów. Na pierwszym monitoruje się wartości średnie w poszczególnych próbkach. Drugi wykres uwzględnia miarę zmienności, poprzez przedstawienie wartości odchylenia standardowego w pobieranych do kontroli próbkach.

Tor karty kontrolnej  $\bar{x} - s$ :

- dla  $\bar{x}$



- dla  $s$



Karta  $\bar{x} - s$  jest dokładniejsza od kart  $\bar{x} - R$ . Wynika to z tego, że jako miara zmienności użyte jest odchylenie standardowe zamiast rozstępu. Dzięki temu możliwe jest dokładniejsze określenie zachowania się procesu, czyli określenie rozkładu badanej zmiennej na podstawie wyników pomiarów pobranych do kontroli wyrobów. Karta ta powinna być stosowana, gdy pobierane próbki mają dużą licznosc około 10 wyrobów [5]. Większa dokładność kart  $\bar{x} - s$  wynika z zastosowania większych próbek.

Warunki stosowania karty kontrolnej  $\bar{x} - R$  i kart kontrolnej  $\bar{x} - s$  [5]:

- dane muszą mieć rozkład normalny (Gaussa),
- za pomocą jednej karty kontrolnej może być nadzorowany tylko jeden parametr, chcąc mierzyć i monitorować kilka właściwości wyrobu, należy prowadzić kilka kart kontrolnych,
- należy zmierzyć co najmniej 20-25 próbek, zanim obliczy się i wykreśli granice kontrolne i linię środkową,
- próbki muszą mieć stałą licznosc.

Karta kontrolna powinna zawierać poniższe elementy [4, 6]:

- a) nagłówek – umożliwia identyfikację karty i jej bazy obliczeniowej tzn. zawiera informacje o: firmie, kontrolowanym procesie, danych kontrolera, liczbie próbek w partii, rodzaju karty itp.,
- b) dane i wyniki pomiarów z uwzględnieniem daty i czasu pobrania próbki,
- c) opis działań podejmowanych w celu regulacji procesu
- d) wykres lub wykresy zmian analizowanych wielkości.

### **Procedura tworzenia i interpretacja informacji z kart kontrolnych $\bar{x} - R$ i $\bar{x} - s$ przy liczbowej ocenie właściwości [7]:**

1. Analiza danych pomiarowych i wyznaczenie liczbowych ocen średnich, rozstępów i odchyłeń standardowych dla poszczególnych prób danych.

Dla i-tej próby danych pomiarowych wyznacza się następujące miary mierzonego parametru (przy założeniu jednakowej licznosci prób równej n):

- wyznaczenie średniej arytmetycznej,

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- wyodrębnienie z mierzonej populacji wartości największej  $x_{max}$  i najmniejszej  $x_{min}$ ,
- wyznaczenie rozstępu  $R$ ,

$$R = x_{max} - x_{min}$$

- wyznaczenie odchylenia standardowego  $s$ ,

$$s = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

2. Wyznaczenie wartości średnich dla ocen średnich, rozstępów i odchyłeń standardowych wyznaczonych z poszczególnych prób danych.

Wartości średnich, rozstępów i odchyłeń standardowych wyznacza się z następujących zależności (przy założeniu, że liczba analizowanych prób wynosi  $k$ ):

- wyznaczenie średniej arytmetycznej średnich,

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{x}_i$$

- wyznaczenie średniego rozstępu  $R$ ,

$$\bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k R_i$$

- wyznaczenie średniego odchylenia standardowego  $s$ ,

$$\bar{s} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k s_i$$

3. Wyznaczenie granic kontrolnych (linii kontrolnych) na kartach kontrolnych przy liczbowej ocenie właściwości.

Dla karty  $\bar{x}$ , ze względu na założenie normalności rozkładu wartości w populacji macierzystej, w prosty sposób można wyznaczyć granice GLO (górną linię ostrzegawczą) i DLO (dolną linię ostrzegawczą). Można je przyjąć jako tzw. granice ostrzegania, choć położenie granic ostrzegania jest często sprawą umowną. Linie te znajdują się na poziomie:  $\bar{\bar{x}} + \frac{2}{3} A_2 \bar{R}$ .

4. Wykreślenie przebiegu zmienności wartości  $\bar{x}_i$ ,  $\bar{R}_i$ ,  $\bar{s}_i$  na kartach kontrolnych z naniesionymi liniami kontrolnymi oraz ostrzegawczymi, stosownie do rodzaju sporządzanej karty.
5. Analiza i interpretacja wyników na kartach kontrolnych przy liczbowej ocenie właściwości.

Karta  $\bar{x}$  informuje, czy średnia procesu jest wycentrowana oraz wykazuje stabilność procesu. Karta  $\bar{x}$  ujawnia niepożądaną zmienność między podzbiórami w odniesieniu do ich średnich. Karta  $R$  natomiast ukazuje jakąkolwiek niepożądaną zmienność w podzbiórach i jest wskaźnikiem stopnia zmienności rozpatrywanego procesu. Jeśli zmienności wewnątrz podzbiórów są zasadniczo niezmiennie, to karta  $R$  wskazuje na to, że proces jest uregulowany. Jeśli podczas analizy karty  $R$  stwierdzi się brak uregulowania procesu lub jeśli poziom zmienności rozstępu podniesie się, może to wykazywać, że albo rozpatrywane podzbiory są pobierane lub analizowane w odmienny sposób, albo na proces działa kilka różnych przyczyn nielosowych.

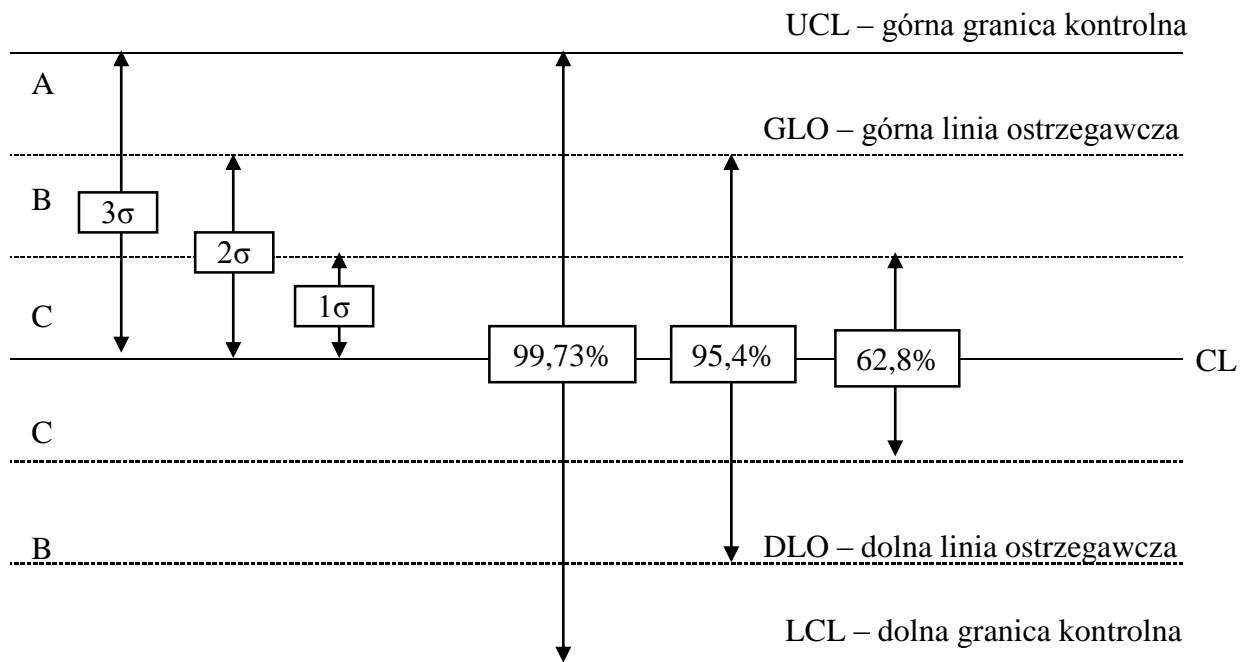
Na układ wartości na kartach  $\bar{x}$  mogą także oddziaływać czynniki powodujące rozregulowanie procesu uwidocznione na kartach  $R$ . Ponieważ zdolność interpretowania rozstępów z podzbiórów lub wartości średnich z podzbiórów zależy od oszacowania zmienności między kolejnymi pomiarami, najpierw analizowana jest karta  $R$ .

## Analiza kart kontrolnych

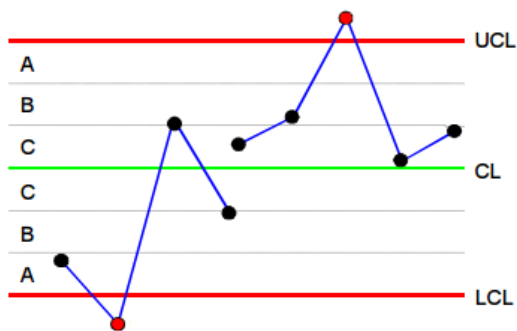
Po wykreśleniu karty R należy sprawdzić, czy położenie punktów odpowiadających danym nie wypada poza granicami kontrolnymi. Na podstawie otrzymanych wyników (kształtu sporządzonych wykresów) należy stwierdzić, czy istnieją podstawy do uznania monitorowanego procesu za rozregulowany. Jeżeli nie – należy uznać, że przebiega on prawidłowo.

Na karcie kontrolnej sprawdza się, czy nie występują któreś z ośmiu przebiegów (wzorów wykresu – rys. 2), opisanych w Polskiej Normie PN-ISO 8258. Przy stosowaniu takiej procedury dzieli się obszar pomiędzy granicami kontrolnymi na sześć „pasów”, każdy o szerokości  $1\sigma$  (rys. 1).

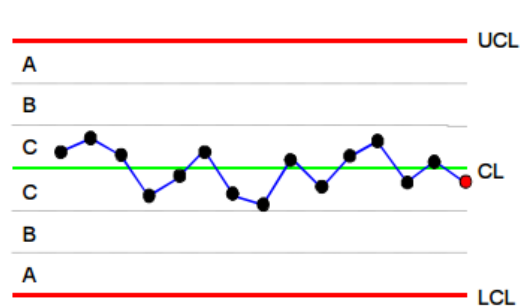
Jak wynika z właściwości rozkładu normalnego, większość wykreślonych punktów (około 68% zebranych wyników) powinno znajdować się w strefach C. Z kolei nieliczne tylko wyniki powinny wpadać w strefę A.



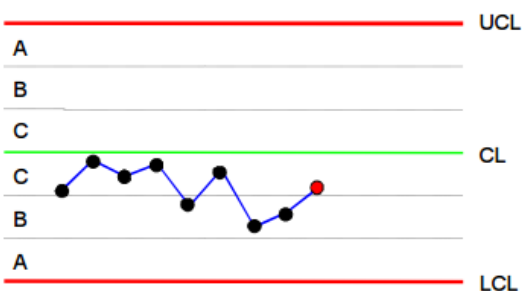
Rys. 1. Strefy pomiędzy granicami kontrolnymi



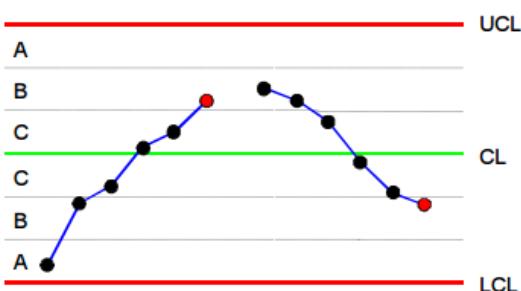
Jeden punkt znajduje się ponad linią UCL lub poniżej LCL. Może to być przypadek ale niekoniecznie. Może to być też wpływ przyczyny w postaci np. zużycia się narzędzia.



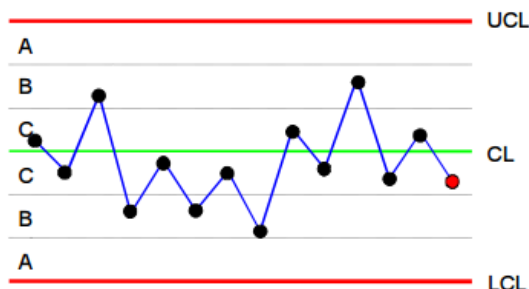
Piętnaście kolejnych punktów w strefie C powyżej lub poniżej linii centralnej. Wskazuje to na oddziaływanie czynnika, który powoduje, że rozkład średnich  $\bar{x}$  nie jest rozkładem normalnym.



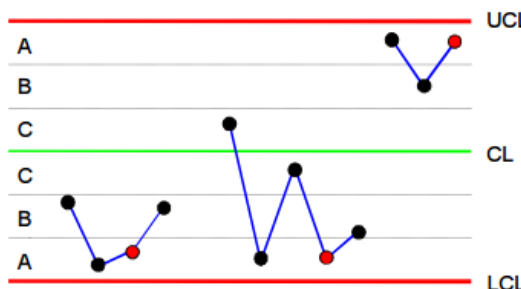
Dziewięć kolejnych punktów w strefie C lub poza nią po tej samej stronie linii centralnej. Wskazuje to na systematyczne odchylenie parametrów procesu ponad lub poniżej wartości przeciętnej.



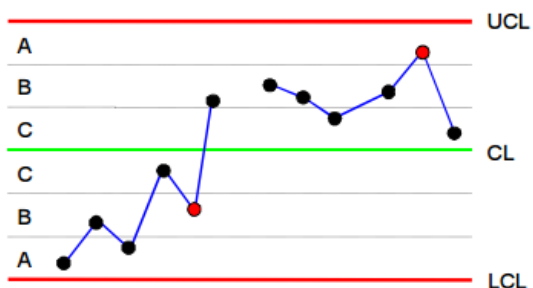
Sześć kolejnych punktów ułożonych w trend rosnący lub malejący. Wskazuje to na wpływ przyczyny powodującej kumulujące się pogarszanie parametrów procesu.



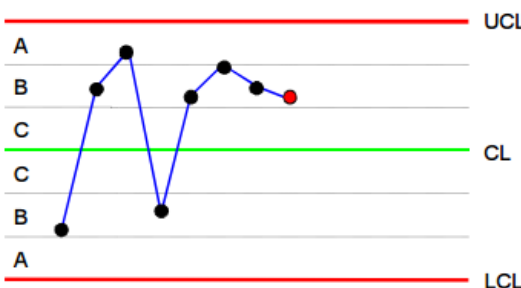
Czternaście punktów po kolei przemiennie rosnących i malejących. Wskazuje to na pojawienie się przyczyny wywołującej okresowość parametrów procesu.



Dwa z trzech kolejnych punktów w strefie A lub poza nią. Parametry procesu „weszły” w strefę ostrzegania, a proces nie ma tendencji do samoregulacji (trwałego „wyjścia” parametrów poza strefę ostrzegania).



Cztery z pięciu kolejnych punktów w strefie B lub poza. Wskazuje to na działanie trwałej przyczyny powodującej jednokierunkowe odchylenie się parametrów procesu od wartości przeciętnej.



Osiem kolejnych punktów po obu stronach linii centralnej lecz żaden w strefie C. Wskazuje to na działanie trwałej przyczyny powodującej silne, „dwukierunkowe” odchylenie się parametrów procesu od wartości przeciętnej.

Rys. 2. Wzory świadczące o rozregulowaniu procesu [7,8,9]



Tabela 1. Oznaczenia wielkości występujących w czasie konstruowania karty średniej i karty rozstępu [7]

Oznaczenie	Nazwa	Opis
$k$	liczba próbek	liczba próbek w czasie jednego pomiaru
$n$	liczność próbki (ilość pomiarów)	całkowita liczba pomiarów
$\bar{x}$	wartość średnia	wartość średnia ze zmierzonych wartości indywidualnych $x$
$\bar{\bar{x}}$	wartość średnia z wartości średnich $\bar{x}$	wyznacza linię środkową na karcie średnich
$A_2, A_3, B_3, B_4, D_3, D_4$	stałe tablicowe (współczynniki statystyczne)	wielkości stałe stosowane do obliczenia granic kontrolnych i oceny odchylenia standardowego (dobierane z tablic)
$R$	rozstęp	różnica pomiędzy wartością największą $x_{max}$ a wartością najmniejszą $x_{min}$ występującą w próbie
$\bar{R}$	wartość średnia z rozstępów w próbie	wyznacza linię środkową na karcie rozstępów
$\sigma, s$	odchylenie standardowe	wyznaczane przy liczebności prób $> \frac{\bar{R}}{d_2}$
$\bar{s}$	wartość średnia z odchyleń standardowych	wyznacza linię środkową na karcie odchyleń standardowych
$CL$	linia centralna	w karcie średnich wyznaczana jako $CL = \bar{\bar{x}}$ w karcie rozstępów wyznaczana jako $CL_R = \bar{R}$ w karcie odchyleń standardowych jako $CL_S = \bar{s}$
$LCL$	dolna granica kontrolna (lower control limit)	w karcie średnich wyznaczana jako $LCL_{\bar{x}-R} = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R}$ $LCL_{\bar{x}-s} = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{s}$ w karcie rozstępów wyznaczana jako $LCL_R = D_3\bar{R}$ w karcie odchyleń standardowych jako $UCL_S = B_4\bar{s}$
$UCL$	górną granicą kontrolną (upper control limit)	w karcie średnich wyznaczana jako $UCL_{\bar{x}-R} = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R}$ $UCL_{\bar{x}-s} = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{s}$ w karcie rozstępów wyznaczana jako $UCL_R = D_4\bar{R}$ w karcie odchyleń standardowych jako $UCL_S = B_3\bar{s}$

Tabela 2. Wartości stałe do obliczenia granic kontrolnych [7]

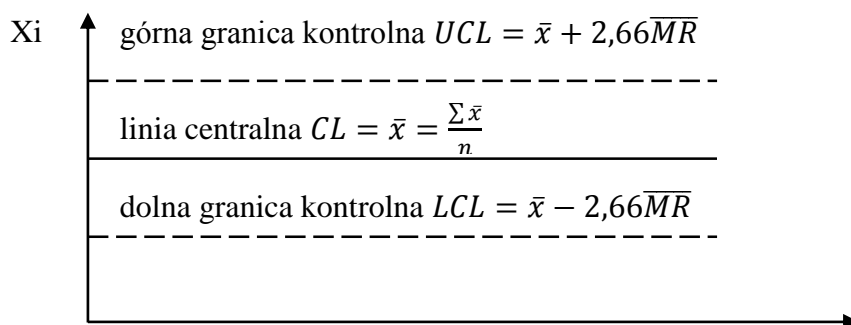
Liczebność próby n	Współczynniki dla granic kontrolnych					
	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>
2	1,880	2,659	0,0	3,267	0,0	3,267
3	1,023	1,954	0,0	2,568	0,0	2,574
4	0,729	1,628	0,0	2,266	0,0	2,282
5	0,577	1,427	0,0	2,089	0,0	2,114
6	0,483	1,287	0,030	1,970	0,0	2,004
7	0,419	1,182	0,118	1,882	0,076	1,924
8	0,373	1,099	0,185	1,815	0,136	1,864
9	0,337	1,035	0,239	1,761	0,184	1,816
10	0,308	0,975	0,284	1,716	0,223	1,777

Większość kart kontrolnych zakłada, że do badania pobierana jest pewna kilkuelementowa próbka. Niestety nie zawsze jest to technicznie lub ekonomicznie uzasadnione. Czasami, z uwagi na to, że badanie jest czasochłonne lub kosztowne (np. przy badaniach niszczących), nie można sobie pozwolić na skontrolowanie więcej niż jednego wyrobu. Stosowanie pojedynczych pomiarów ma jeszcze jedno uzasadnienie. Otóż to karty kontrolne  $\bar{x} - R$ ,  $\bar{x} - S$  i inne tego typu zakładają, że właściwości wyrobów w próbce nie są ze sobą skorelowane. Oznacza to, że jeżeli mamy w próbce np. pięć wyrobów, to ich parametry nie mają na siebie wpływu i żaden z nich nie wynika z innych. Taki warunek jest spełniony przy sterowaniu m.in. procesami ciągłymi. Monitorując np. zmiany temperatury w piecu hutniczym, nie można pobierać kilkuelementowej próbki (tzn. mierzyć temperatury w kilku miejscach) i kontrolować zachowania się wartości średniej na karcie  $\bar{x} - R$ . Temperatura w różnych miejscach pieca będzie do siebie bardzo podobna, a co ważniejsze – temperatury te będą ze sobą skorelowane (zależne od siebie). W związku z tym bardzo małe będą rozstępy w poszczególnych próbkach co znacznie zawęzi granice kontrolne na karcie wartości średnich, a w związku z tym otrzymamy fałszywe wyniki, tzn. pojawi się wiele fałszywych sygnałów o rozregulowaniu procesu.

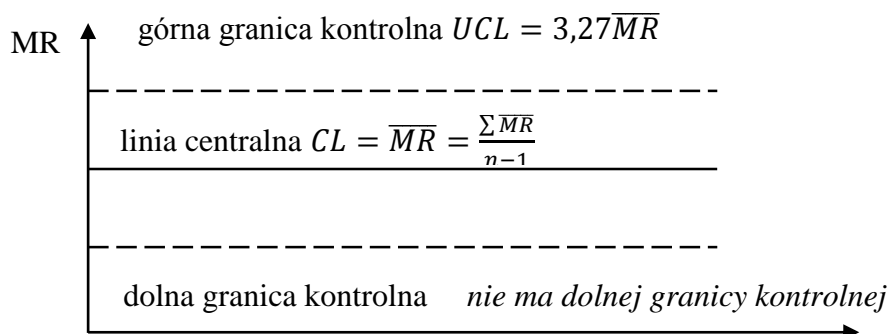
W niektórych sytuacjach karta kontrolna  $X_i$ -MR może się więc okazać bardzo użyteczna. Na karcie tej monitoruje się, jak na większości, miarę położenia oraz miarę zmienności. Miarą położenia są pojedyncze pomiary wybranej właściwości wyrobu (karta  $X_i$ ). Miarą zmienności są tzw. ruchome rozstępy (karta MR – ang. Moving Range). Ponieważ w każdej próbce mamy tylko jeden pomiar, nie możemy wykorzystać tradycyjnego rozstępu. Oblicza się więc tzw. ruchomy rozstęp, który jest wartością bezwzględną z różnicy pomiędzy

dwoma kolejnymi wartościami (pomiarami w sąsiednich próbkach). Wartość średnia obliczonych rozstępów jest podstawą do obliczenia położenia granic kontrolnych. Wzory dla karty Xi-MR umieszczono poniżej:

- dla  $X_i$



- dla  $MR$



$X_i$  – wartość  $i$ -tej zmierzonej właściwości,

$n$  – ilość pomiarów

$MR$  – ruchomy rozstęp

$\overline{MR}$  – średnia wartość ruchomego rozstępu

Warto zauważyć, że przy obliczaniu wartości średniej z ruchomych rozstępów (linii środkowej dla wykresu  $MR$ ) w mianowniku wzoru wpisuje się wartość  $n-1$  a nie  $n$ . Wynika to z tego, że dla pierwszej próbki nie ma ruchomego rozstępu, nie można go jeszcze obliczyć. W związku z tym, np. dla 30 próbek jest tylko 29 (czyli  $30-1$ ) wartości ruchomego rozstępu.

## Literatura:

1. Wawak S.: Zarządzanie jakością – podstawy, systemy i narzędzia. Wydawnictwo One Press, Gliwice 2011.
2. Sęp J., Perłowski R., Pacana A.: Techniki wspomaganie zarządzania jakością, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 2006.
3. Grudkowski P., Przybylski W., Siemiątkowski M.: Inżynieria jakości w technologii maszyn, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2006.
4. Gajda L., Hernasa A., Mazur L., Mazurkiewicz A.: Podstawy Inżynierii Jakości. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1996.
5. Greber T.: Statystyczne sterowanie procesami - doskonalenie jakości z pakietem Statistica, Statsoft, Kraków 2000.
6. Bagiński J. (pod redakcją) – „Zarządzanie jakością”, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2004.
7. PN-ISO 8258 + AC1 (czerwiec 1996) – „Karty kontrolne Shewharta”.
8. Kuzioła A.: Zarządzanie jakością w przemyśle maszynowym. Ćwiczenia, Wydawnictwo Politechniki Radomskiej, Radom 2005.
9. Chrapoński J.: SPC. Podstawy statystycznego sterowania procesami, Wydawnictwo Stowarzyszenie Inżynierów i Techników Przemysłu Hutniczego w Polsce, Katowice 2010.